

6 幹奈さんと新一さんのクラスでは、文化祭で電球を並べて巨大な電飾のタワーを作ることになりました。タワーを作るために必要な電球の個数について、幹奈さんと新一さんが先生と話をしていいます。3人の会話を読んで、あとの問いに答えなさい。

幹奈：ポスターにあるようなタワーを参考にして作ります。タワーは40段で、形は正四角錐にしましょう。一番上の段を1段目として、1段目は1個、2段目以降は、 n 段目の正方形の一辺に n 個ずつ電球を並べます。図1は、各段に並ぶ電球のうち、1段目から5段目までを表したものです。

新一：まず、1段目から6段目までに電球が何個必要かを考えてみます。1段ずつ考えると、1段目は1個、2段目は4個、3段目は8個、4段目は12個、5段目は16個、6段目は(ア)個となるので、1段目から6段目までの電球の個数の合計は(イ)個です。

幹奈：1段目から順番に40段目までの電球の個数を足していくと、計算が大変ですね。

新一：奇数段目と偶数段目に分けて考えてみましょう。奇数段目は図2のように1段目から順に組み合わせて、しきつめていくと計算しやすいですね。図2を利用して、1段目、3段目、5段目、…、39段目の電球の個数の合計は(ウ) × (ウ) という式で計算できます。

幹奈：偶数段目も同じように計算できますね。

新一：1段目から40段目までの電球の個数の合計は(エ)個になりました。

先生：よくできましたね。でも、そんなに多いと予算を超えてしまいますよ。

幹奈：では、正四角錐はあきらめて、正三角錐で作しましょう。1段目は1個、2段目以降は、 n 段目の正三角形の一辺に n 個ずつ電球を並べます。1段目から40段目までの電球の個数の合計は何個になるかを考えてみます。今度も工夫して計算できないのかな。

先生：図3を利用して、まず6段目までで段をどのように分けて組み合わせるかを考えてみましょう。

新一：わかりました。1段目から6段目までを、(オ)、(カ)、(キ)の3組に分けて、それぞれ組み合わせると、しきつめることができますね。

幹奈：その考え方を利用すれば、1段目から40段目までの個数の合計も求められそうです。でも、正方形のときと同じようには計算できませんね。

先生：例えば、図4の点線で囲まれた電球の個数は、同じ個数の電球を図4のように逆向きにして並べると計算できませんか。

(数分後)

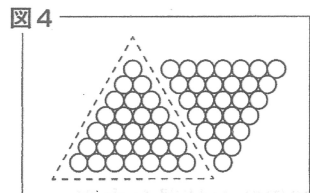
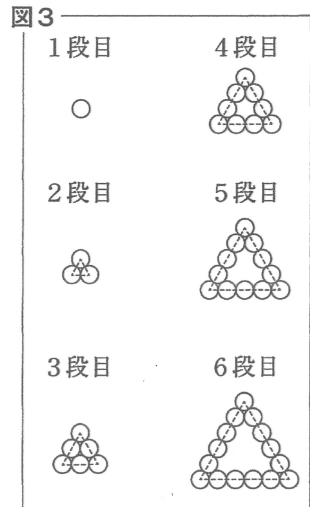
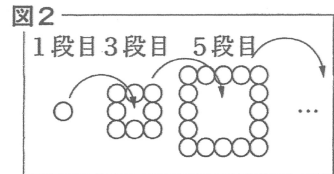
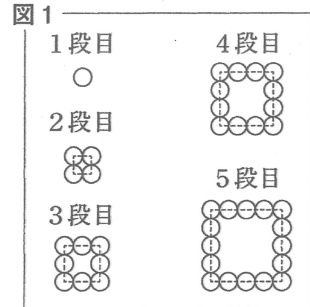
新一：できました。図4の点線で囲まれた電球の個数は(ク) × ((ク) + 1) という式で計算できます。

幹奈：この考え方を使うと、正三角錐で作る場合、1段目から40段目までの電球の個数の合計は(コ)個になりますね。これで予算内に収まりますか。

ポスター



図において、電球を同じ大きさの○で表し、図1、図3は各段を真上から見た図とする。



問1 (ア)、(イ)、(ウ)、(エ)にあてはまる自然数を答えよ。

問2 (オ)、(カ)、(キ)にあてはまる段の組を答えよ。

問3 (ク)、(ケ)にあてはまる1けたの自然数を答えよ。

問4 (コ)にあてはまる自然数を答えよ。